La falsa posizione

Durante il Medioevo questi procedimenti venivano chiamati con il nome di *regula al-chataim* (parola di origine orientale) o *regula falsorum*. La loro origine è molto antica e risale ai matematici cinesi e egiziani. Erano utilizzati spesso dagli indiani e dagli arabi nella risoluzione di problemi e appaiono nella maggior parte dei testi di aritmetica dal Medioevo fino all'inizio della nostra era.
Le tecniche della falsa posizione venivano applicate per risolvere equazioni di primo grado ad un'incognita, ed in certi casi, sistemi di equazioni lineari ed equazioni di secondo grado. Sono di natura intuitiva perché consistono nel provare con uno o due valori sostituendoli nella(e) equazione(i) per poi ottenere il(i) risultato(i) esatto(i) applicando il concetto di proporzionalità.
Questi metodi sono di due tipi: semplice falsa posizione e doppia falsa posizione.

IL METODO DELLA SEMPLICE FALSA POSIZIONE
La base di questo procedimento è considerare un valore particolare dell'incognita ed effettuare i calcoli necessari per ottenere un risultato esatto: da qui il nome di semplice falsa posizione. Data la natura lineare dei problemi a cui viene applicata la regola, i calcoli utilizzano fondamentalmente il concetto di proporzionalità diretta. L'origine di questo metodo si trova nel papiro Rhind (1700 a.C. circa). Il suo autore, Ahmes, lo applica per risolvere una serie di problemi della forma generale:

$$x + (1/n)\, x = b,$$

con n e b interi positivi ed $x \in E$, essendo E l'insieme numerico (utilizzato dagli egiziani) composto dai numeri naturali non nulli, dalla frazione 2/3 e dalle frazioni del tipo $1/n$ con n intero positivo.
Per esempio, il problema 24 del papiro chiede di *"trovare una quantità che aumentata della sua settima parte sia uguale a 19"*, la quale espressa nel linguaggio simbolico dell'algebra attuale corrisponde all'equazione:

$$x + (1/7)\, x = 19.$$

Ahmes lo risolve in questo modo:

1- Adotta la falsa posizione 7, cioè $x = 7$, e ottiene	$7 + (1/7)\, 7 = 8.$
2- Divide 19 per 8 ottenendo:	$19/8 = 2 + 1/4 + 1/8$
3- Moltiplica 19/8 per 7, cioè:	$(2 + 1/4 + 1/8) \cdot 7 = 16 + 1/2 + 1/8$

In sintesi, Ahmes adotta la falsa posizione 7 e ottiene come risultato 8 invece di 19,
poi applica la proporzionalità: $19 : 8 = x : 7$ e trova $x = 16 + 1/2 + 1/8$.

IL METODO DELLA DOPPIA FALSA POSIZIONE
La base di questo procedimento è considerare due valori particolari dell'incognita (da qui il nome di doppia falsa posizione), effettuare i calcoli necessari per trovare gli errori commessi assumendo questi valori e quindi applicare la formula di interpolazione lineare.
Gli arabi Al-Qalasadi (1423 - 1494-5) e Beda Eddin (1547 - 1622) propongono problemi semplici che si risolvono applicando questa regola, per esempio:

> *"Trovare un numero che aumentato dei suoi 2/3 e di 1 sia uguale a 10"* .

Algebricamente corrisponde all'equazione:

$$x + 2/3\, x + 1 = 10 \quad \text{con } x \in Q,$$

che viene risolta così:

1- Si adotta la falsa posizione: $x_1 = 9$, allora il primo membro è uguale a 16 e la differenza con il secondo membro è $d_1 = 6$.

2- Si suppone la falsa posizione: $x_2 = 6$, allora il primo membro è uguale a 11 e la differenza è $d_2 = 1$.

3- Si applica la formula di interpolazione lineare:

$$x = (x_2\, d_1 - x_1\, d_2) / (d_1 - d_2) = (6 \cdot 6 - 9 \cdot 1) / (6 - 1) = 5 + 2/5.$$

Questo procedimento che permette di risolvere equazioni del tipo $ax = b$ con $x \in Q$, può essere tradotto nel linguaggio algebrico moderno così:

1- Si adotta la falsa posizione x_1 e si ottiene $\quad a\, x_1 = b + d_1 \qquad (1)$

2- Si suppone la falsa posizione x_2 e si trova $\quad a\, x_2 = b + d_2 \qquad (2)$

d_1 e d_2 vengono chiamati differenze o errori ottenuti considerando come valori dell'incognita x_1 e x_2.

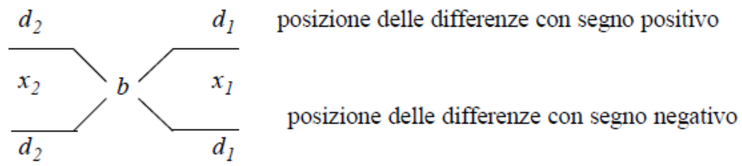
3- Si risolve il sistema composto dalle equazioni *(1)* e *(2)* in funzione di a e b e si ottengono:

$$a = (d_1 - d_2) / (x_1 - x_2) \qquad b = (x_2\, d_1 - x_1\, d_2) / (x_1 - x_2)$$

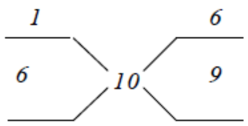
4- Dato che $x = b/a$ si trova:

$$x = (x_2\, d_1 - x_1\, d_2) / (d_1 - d_2)$$

Questa formula generale è di una certa complessità per risolvere il problema proposto. Perciò nella sua opera, Al-Qalasadi utilizza l'immagine dei piatti di una bilancia per presentare in modo più chiaro e preciso l'algoritmo eseguito. La regola araba della doppia falsa posizione si applicava servendosi di uno schema grafico (Loria, pag. 345 - 346):

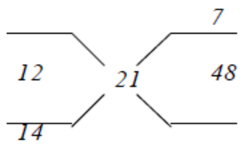


L’esempio precedente risponde allo schema:



$x = (6 . 6 - 9 . 1)/(6 - 1) = 5 + 2/5.$

Al-Qalasadi propone il problema: *"Qual è il numero di cui la terza e la quarta parte addizionate sono uguali a 21?"*. L’equazione da risolvere è: $x/3 + x/4 = 21$; considerando $x_1 = 48$ e $x_2 = 12$ si ottengono rispectivamente le differenze $d_1 = 7$ e $d_2 = -14$, quindi lo schema corrispondente è il seguente:



$x = (12 . 7 + 48 . 14)/(7 + 14) = 36 .$